Transformaciones rigurosas de vectores GPS al marco de referencia SIRGAS

Tomás Soler*

Abstract

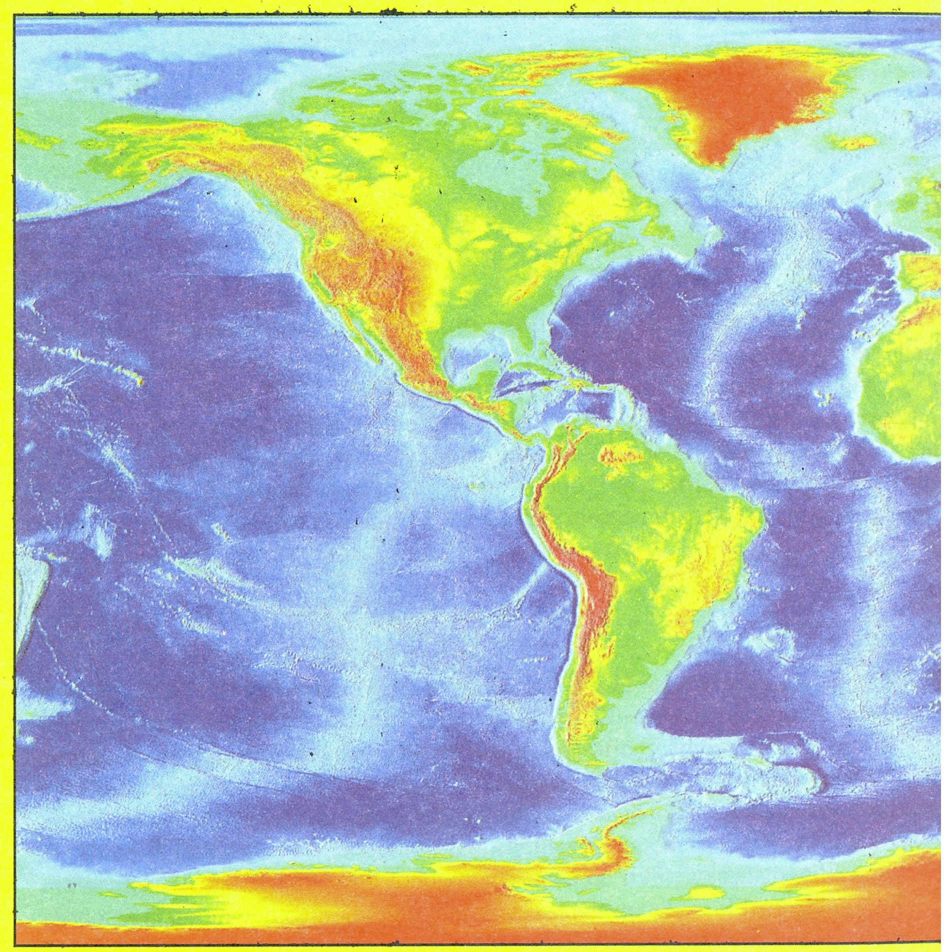
Most Latin American countries intent to select SIRGAS as the continental reference frame defining the datum on which all topographic mapping as well as other small scale maps will be based. However, GPS-processed results are referenced with respect to the frame defined by the GPS orbits used in reducing the data. Currently, the most precise reference frame defining the frame of the satellite ephemeris is the International Terrestrial Reference Frame (ITRF). This article presents rigorous transformation equations than can be used to position on the SIRGAS frame observations previously processed that were referred to the ITRF.

Resumen

Algunos países de Latinoamérica pretenden adoptar el marco de referencia SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico de las Américas) como la base para un *datum* común al que se refieran tanto los mapas topográficos como toda la cartografía nacional de menor escala. Se da la circunstancia de que todos los trabajos que involucran el procesamiento de datos GPS se referencian habitualmente con respecto al marco definido por las órbitas de los satélites de la constelación GPS. En estos momentos, el más riguroso de todos los marcos de referencia disponibles que es usado en la definición de las efemérides de los satélites GPS es el ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*). Este artículo detalla las transformaciones rigurosas que se deben aplicar a las componentes de los vectores conocidos inicialmente en el marco ITRF para obtener el posicionamiento de los puntos observados en el marco de referencia SIRGAS.

* National Geodetic Survey, NOS, NOAA. Silver Spring, MD, USA. Correo electrónico: Tom.Soler@noaa.gov

revista CARTOGRAFICA



Número 72
Enero-Junio 2001

Instituto Panamerica[n]
de Geografía e Histo[ria]

Introducción

Las técnicas basadas en GPS han pasado en pocos años a ser el procedimiento insustituible para posicionar puntos con la mayor precisión posible. La tendencia generalizada en estos momentos para conseguir las máximas exactitudes, es la de establecer redes de estaciones permanentes de GPS que archivan y distribuyen los datos (en formato RINEX2) al usuario interesado. Existen varias de estas redes constituidas por un conjunto de receptores GPS que rastrean los satélites de la constelación GPS durante 24 horas al día, siete días a la semana. Algunas de estas redes tienen un cubrimiento global; ése es el caso de la red del IGS (*International GPS Service*) que dispone de alrededor de 300 estaciones distribuidas por todo el planeta. La cobertura de otras redes es más de tipo continental; mencionemos como ejemplo la red activa del *National Geodetic Survey* (NGS) de EUA llamada CORS (*Continuously Operating Reference Stations*), que en estos momentos posee estaciones de rastreo en todos los estados americanos incluyendo Hawai y Alaska, pero también en países de la América Central (Honduras, Nicaragua y El Salvador), el Caribe (Puerto Rico, Islas Vírgenes, etc.) y el Pacífico (Guam, Samoa y Saipán) (http://ngs.noaa.gov/CORS/). Finalmente, a nivel estrictamente nacional cabe destacar la primera red de estas características instalada por un gobierno latinoamericano. Se trata de la Red Geodésica Nacional Activa (RGNA) monitoreada por el Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI) de México, que en la actualidad consta de 15 estaciones que rastrean permanentemente los 28 satélites GPS (Soler *et al.*, 1996; Hernández Navarro, 1998; Hernández Navarro, 2000).

A partir de la información que se puede bajar de los bancos de datos archivados en los centros informáticos establecidos por las instituciones responsables de estas redes activas es posible posicionar puntos con una gran exactitud usando métodos relativos. Sin embargo, hay que tener presente que cuando se emplean métodos de posicionamiento relativo necesitamos conocer *a priori* cierta información que predetermina el marco de referencia en que vamos a obtener los resultados, en particular:

1. Las órbitas utilizadas en el procesamiento de las observaciones GPS;
2. Las coordenadas de los puntos de referencia (sean estaciones activas, o no) que se fijan.

En primer lugar, es importante saber qué tipo de órbita (efemérides) de los satélites de la constelación GPS se usa, ya que la posición de los satélites es requerida en el modelo matemático que emplean los programas para procesar datos GPS. Aunque el usuario no esté plenamente consciente de ello, las coordenadas contenidas en las efemérides de los satélites es fijada de manera absoluta (asumiéndolas libres de error) por el *software* empleado en el procesamiento de las observaciones. Vamos a limitarnos en este trabajo al empleo de órbitas generadas y distribuidas por el organismo internacional IGS. La razón fundamental para imponernos esta restricción se debe, principalmente, a que estas órbitas están expresadas en el marco de referencia

ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*) (http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF) que, en última instancia, representa la base del marco SIRGAS (*Sistema de Referencia Geocéntrico de las Américas*). Hay que recordar que el marco de referencia SIRGAS es una realización particular basada en el marco ITRF94, referido a la época 1995.4. Este punto es muy importante comprenderlo, ya que ni ahora ni nunca podremos usar órbitas de los satélites GPS referidas al marco SIRGAS; las órbitas que produce el IGS siempre están referidas al marco ITRFxx. La extensión xx designa los dos dígitos del último año que contiene observaciones usadas en la solución (ITRF97, ITRF00, etc.). En la actualidad se pueden conseguir tres tipos diferentes de órbitas referidas al marco de referencia ITRF97 cuando se accede por medio de Internet al portal que el IGS tiene a disposición de los usuarios de GPS (http://igscb.jpl.nasa.gov/). Las características fundamentales de estas órbitas están asociadas, primero, a la demora con que se calculan y se ponen en la red a disposición de los usuarios y, segundo, a los errores que se les imputa. La nomenclatura habitual para referirse a estas órbitas es la que sigue:

a. Efemérides precisas (se demoran ~ 13 días; errores < 5 cm)
b. Efemérides rápidas (se demoran ~ 14 horas; errores < 10 cm)
c. Efemérides ultrarrápidas (se dan en tiempo real por Internet; errores < 25 cm)

Las efemérides ultrarrápidas es un nuevo producto del IGS, que hace un papel equivalente al de las órbitas predichas que se reciben mediante el mensaje radiado directamente desde los satélites. Hay dos diferencias básicas que deben enfatizarse: una, que las efemérides calculadas por el IGS no se envían desde los satélites y, por lo tanto, no se pueden obtener en tiempo real en el instante en que se observa. Sin embargo, las efemérides ultrarrápidas, que se predicen con 24 horas de antelación, se pueden obtener por medio de algún dispositivo que enlace telefónicamente a Internet. También hay que mencionar que el formato de las efemérides IGS (denominado SP3) proporciona coordenadas cartesianas de la posición de los satélites y es distinto al formato de las efemérides radiadas, que transmiten otros parámetros relacionados con los elementos keplerianos de las órbitas de los satélites.

En lo que respecta al punto 2, o sea, a las coordenadas de las estaciones activas (puntos fiduciales) que se fijan, éstas deben conocerse no sólo en el marco de referencia ITRFxx, y época de observación —en el cual debe realizarse todo el procesamiento—, sino también en el marco de referencia SIRGAS que se haya adoptado como base del *datum* sudamericano. Para conseguir las máximas precisiones durante el procesamiento de observaciones GPS, se recomienda que tanto las órbitas precisas como las coordenadas de las estaciones activas estén referidas al mismo marco ITRFxx y época, el más reciente de los que se conozca a la hora de procesar los datos. Sin embargo, según se ha mencionado antes, el usuario de GPS también tiene que tener acceso a las coordenadas de las estaciones activas en el marco SIRGAS y a los parámetros de transformación entre los dos marcos de referencia: ITRFxx y SIRGAS.

Aunque las coordenadas determinadas originariamente en el marco ITRFxx se pueden transformar al marco SIRGAS usando simplemente los parámetros involucrados en la transformación entre ambos sistemas coordenados, es más riguroso transformar las componentes de los vectores calculados en el marco ITRFxx al marco final SIRGAS o, por extensión, a cualquier otro conocido de antemano (NAD83, EUREF, etc.). Este procedimiento es equivalente a hacer un ajuste de la red de vectores GPS fijando algunos puntos de control con las coordenadas SIRGAS. Hay que tener presente que incluso en este caso habría que transformar, antes del ajuste, las componentes de los vectores conocidas en el marco ITRF al marco SIRGAS (véase Soler, 2000).

El método que se propone en este artículo, evita un ajuste por mínimos cuadrados y tiene la ventaja de que se pueden posicionar puntos, por ejemplo, a partir de tres o más puntos SIRGAS conocidos de antemano, requiriéndose al final sólo la media aritmética de los resultados obtenidos; este procedimiento es conveniente cuando sólo se dispone de vectores entre tres o más estaciones fijas y un punto arbitrario, es decir, que no se ha observado una red geodésica de triángulos mediante observaciones GPS. Dicho de otra forma, asumamos que tenemos tres vectores que parten de tres estaciones activas y acaban en un punto arbitrario P; primero modificaremos los componentes de estos tres vectores hasta conseguir sus valores en el marco SIRGAS; para ello nos basaremos en los valores originales de las componentes de los mismos vectores referidas al marco ITRFxx y en los parámetros de transformación entre ambos; el próximo paso es añadir estos valores de las componentes transformadas a las coordenadas de cada estación activa con el fin de obtener la posición en el marco SIRGAS del punto observado; finalmente, calcularemos la media de todos los tres resultados disponibles. Este proceso lo vamos a explicar con más detalle en la sección que sigue.

Teoría

La teoría de la transformación habitual (llamada de similitud o Helmert) entre dos marcos geodésicos de referencia usando siete parámetros debe ser conocida por la mayoría de los lectores de este artículo. Sin embargo, recientemente, se ha ampliado el número de parámetros de siete a catorce, los siete originales (tres traslaciones, tres rotaciones y la escala) y sus siete derivadas con respecto al tiempo ($\dot{p} = dp/dt$, donde p representa un parámetro arbitrario). Esto ha sido posible al comprobarse que los resultados que proporcionan las observaciones GPS son tan exactos que también se pueden determinar, con gran exactitud, sus variaciones con respecto al tiempo. Toda la teoría general describiendo estas transformaciones usando 14 parámetros ya la ha publicado el autor en otros trabajos (véase Soler, 1998; 1999), así que el presente artículo se limitará a recapitular el conjunto de fórmulas que se deben emplear para realizar las transformaciones sin adentrarnos otra vez en la derivación de las ecuaciones pertinentes.

La notación que se presenta aquí es la matricial la cual se adapta perfectamente para la programación en cualquiera de los lenguajes de programación que hoy día se usan para escribir *software* científico. Para simplificar al máximo la notación a emplear, distinguiremos entre matrices de dimensión 3×1 (vectores) que se representarán entre llaves "{ }" y las matrices cuadradas de dimensión 3×3 que se escribirán siempre entre corchetes "[]".

Nuestra intención es introducir la notación más compacta posible, así que para facilitar la comprensión del lector no familiarizado con el álgebra matricial muy popularizada en libros de texto dedicados a diversas ramas de ingeniería, daremos algunos ejemplos en forma explícita.

Las componentes de un vector AP con respecto a un marco de referencia cartesiano (x, y, z) se escribirá como sigue (ver Figura 1):

$$\{\Delta x\} = \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta x_{AP} \\ \Delta y_{AP} \\ \Delta z_{AP} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_P - x_A \\ y_P - y_A \\ z_P - z_A \end{Bmatrix} \tag{1}$$

Además, no hay que olvidar que las estaciones de las redes activas mencionadas antes (puntos A, B, etc.) están localizadas sobre placas tectónicas que se mueven con el transcurrir del tiempo: por consiguiente, es fundamental no ignorar las velocidades que estos puntos puedan tener con respecto a una época inicial que se toma como referencia, generalmente designada con el símbolo t_0 (por ejemplo, t_0 = 1997,0). Las componentes de estas velocidades con relación al marco de referencia ITRFxx en la época t_0 se denotan $\{\nu_x\} = \{\nu_x\ \nu_y\ \nu_z\}^t$ donde el superíndice t indica la operación de transponer el vector fila para convertirlo en un vector columna. Por lo tanto, si conocemos las velocidades de los puntos A y B referidos a la época t_0, podremos escribir en notación abreviada:

$$\{\Delta\nu\} = \begin{Bmatrix} \Delta\nu x \\ \Delta\nu y \\ \Delta\nu z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \nu_{xB} - \nu_{xA} \\ \nu_{yB} - \nu_{yA} \\ \nu_{zB} - \nu_{zA} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

Para las matrices antisimétricas de orden 3×3 se usará la siguiente notación compacta:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon z & -\varepsilon y \\ -\varepsilon z & 0 & \varepsilon x \\ \varepsilon y & -\varepsilon x & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

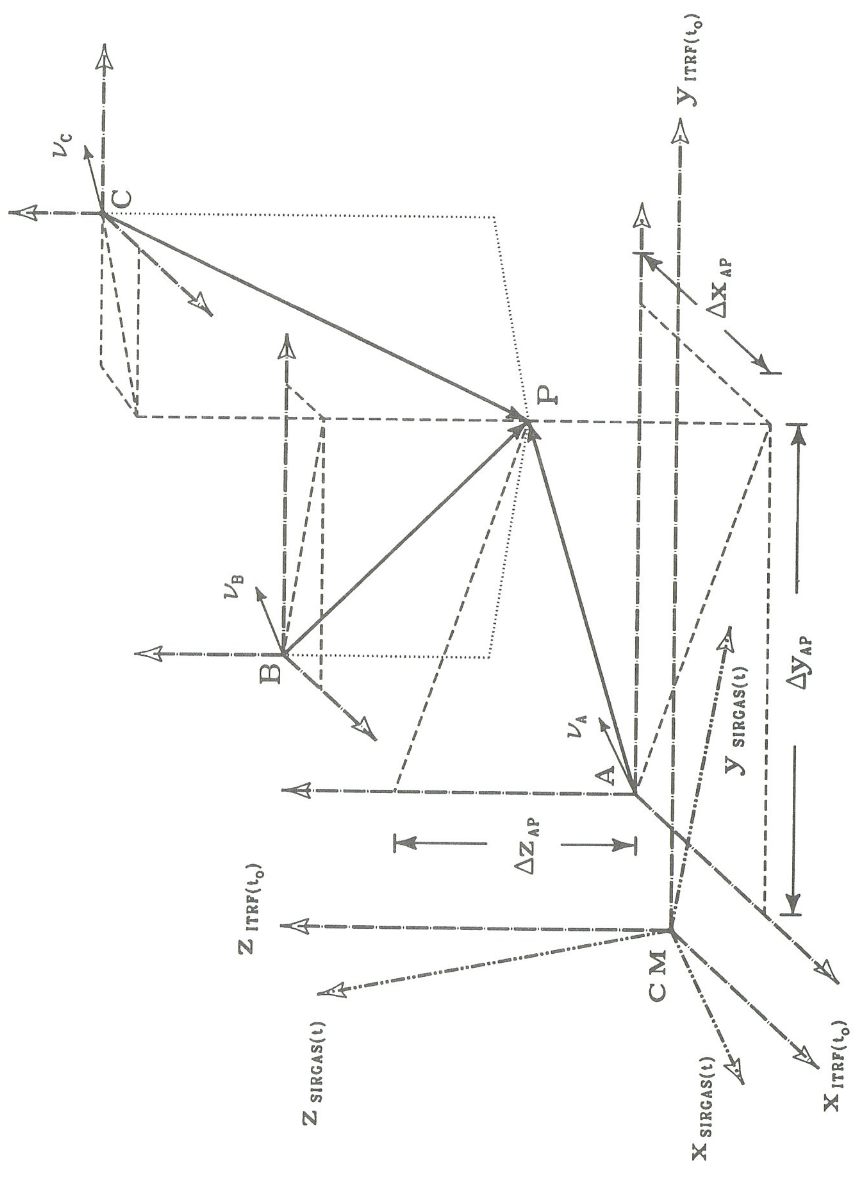


Figura 1. Componentes de los vectores GPS en los marcos de referencia locales.

y de acuerdo a las definiciones del álgebra de matrices se sabe que $[\underline{\varepsilon}]^t = -[\underline{\varepsilon}]$. La matriz (unidad) identidad, que contiene escalares de magnitud uno en su diagonal y ceros en los elementos restantes, simplemente se escribirá $[I]$.

Una rotación diferencial de los tres ejes coordenados vendrá abreviada por la siguiente matriz:

$$[\delta R] = [\underline{\varepsilon}] + [I] = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \qquad (4)$$

Esta notación es consistente con rotaciones diferenciales de sentido contrario a las agujas del reloj (rotaciones levógiras) de los tres ejes coordenados de referencia x, y, z, de magnitudes respectivas ε_x, ε_y y ε_z.

Con la notación arriba indicada, la transformación de las componentes de los vectores del marco ITRFxx, época t_0, al marco SIRGAS, época t, se puede escribir:

$$\{\Delta x\}_{SIRGAS(t)} = (1+s)\,[\delta R]\,\{\{\Delta x\}_{ITRFxx(t0)} + (t-t_0)\,\{\Delta v\}\}$$
$$+ (t-t_0)\,[(1+s)\,[\dot{\underline{\varepsilon}}] + \dot{s}\,[\delta R]\,]\,\{\Delta x\}_{ITRFxx(t0)} \qquad (5)$$

En la ecuación *(5)* se requiere sustituir los siguientes parámetros:

- $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ = rotaciones diferenciales (expresadas en radianes), alrededor de los ejes x, y, z, del marco de referencia ITRFxx para establecer paralelismo con el marco de referencia SIRGAS; se consideran positivas las rotaciones contrarias a las agujas del reloj cuando se ven desde el exterior de los ejes coordenados;
- s = factor diferencial de escala (expresado en ppmx10^{-6}; ppm = partes por millón)
- $\dot{\varepsilon}_x$, $\dot{\varepsilon}_y$, $\dot{\varepsilon}_z$ = derivadas con relación al tiempo (expresadas en radianes/año) de las rotaciones diferenciales mencionadas antes.
- $\dot{s}$ = derivada con respecto al tiempo del factor diferencial de escala (expresado en ppm/año)

Planteamiento del problema. Vamos a suponer que estamos observando en un punto arbitrario (designémoslo con la letra P para ser consistentes con la notación introducida) y hemos calculado usando efemérides precisas sus coordenadas en el marco de referencia ITRFxx, época t_0, usando tres vectores, AP, BP y CP. Además, conocemos de antemano las coordenadas de los tres puntos A, C y D, que pueden ser estaciones activas, no sólo en el marco ITRFxx, época t_0, sino también en el SIRGAS, época t. Finalmente, también conocemos los 14 parámetros de la transformación entre ITRFxx(t_0) y SIRGAS(t) dados en el sentido ITRFxx(t_0) → SIRGAS(t).

El resultado que buscamos es calcular las coordenadas del punto P (el observado) en el marco SIRGAS(t).

Usando la ecuación (1) calcularíamos primero las componentes de los tres vectores involucrados AP, BP y CP usando sólo coordenadas en el marco ITRFxx, época t_0, que ahora denotaremos explícitamente $\{\Delta x\}=\{\Delta x_{AP}\}_{ITRFxx(t0)}$, $\{\Delta x_{BP}\}_{ITRFxx(t0)}$ y $\{\Delta x_{CP}\}_{ITRFxx(t0)}$. Sustituyendo estos vectores en la ecuación (5), obtendremos las componentes de los vectores en el marco SIRGAS(t) que denotaremos $\{\Delta x_{AP}\}_{SIRGAS(t)}$, $\{\Delta x_{BP}\}_{SIRGAS(t)}$ y $\{\Delta x_{CP}\}_{SIRGAS(t)}$. A partir de estas componentes y de las coordenadas conocidas de los puntos en el marco SIRGAS(t) obtendremos tres valores distintos para las coordenadas del punto P:

$$\{x_{P1}\}_{SIRGAS(t)} = \{x_A\}_{SIRGAS(t)} + \{\Delta x_{AP}\}_{SIRGAS(t)}$$

$$\{x_{P2}\}_{SIRGAS(t)} = \{x_B\}_{SIRGAS(t)} + \{\Delta x_{BP}\}_{SIRGAS(t)}$$

$$\{x_{P3}\}_{SIRGAS(t)} = \{x_C\}_{SIRGAS(t)} + \{\Delta x_{CP}\}_{SIRGAS(t)}$$

Consecuentemente, las coordenadas del punto observado en el marco de referencia SIRGAS(t) será:

$$\{x_P\}_{SIRGAS(t)} = \{ \{x_{P1}\}_{SIRGAS(t)} + \{x_{P2}\}_{SIRGAS(t)} + \{x_{P3}\}_{SIRGAS(t)} \} / 3$$

Conclusiones

La teoría descrita arriba se ha aplicado en el NGS para calcular la transformación de coordenadas del ITRF97, época 1997.0, al NAD83 en un programa recientemente desarrollado que se llama OPUS (*OnLine Positioning User Service*) (http://ngs.noaa.gov/OPUS/index.html). Este *software* determina las coordenadas de un punto arbitrario ubicado en cualquier punto de los EUA usando los archivos RINEX que el usuario envía, a través de Internet, a las oficinas centrales del NGS. La metodología empleada, como se ha descrito antes, calcula la posición de la antena del observador por medio de tres estaciones CORS, generalmente las más próximas al punto observado. En algunas ocasiones, cuando la calidad de los datos de alguna de las tres estaciones CORS no es óptima, se reemplazan por otras estaciones activas aunque se incremente la distancia de las bases observadas. Estudios recientes (Eckl *et al.*, 2001) han probado que, cuando se usa la tecnología GPS, la dependencia en los resultados de la longitud de las bases no es tan importante como el tiempo total de observación. El programa interactivo OPUS requiere un mínimo de dos horas de observaciones para poder garantizar errores inferiores a los 3 ó 4 cm en la componente horizontal. Se espera que, con el tiempo, nuevas versiones de este *software* mejoren aún más, si cabe, los resultados.

Referencias

Eckl, M.C., R. Snay, T. Soler, M.W. Cline y G.L. Mader (2001). Accuracy of GPS-derived relative positions as a function of interstation distance and observing-session duration, *Journal of Geodesy*, 75(12), 633-640.

Hernández Navarro, A. y J.M. Cortés Briano (1996). La Red Geodésica Nacional Activa. *Revista de Geografía*, 6(7), August, 1996.

Hernández-Navarro, A., y T. Soler (2006). Rigorous geodetic point positioning in Mexico, *Proc. XXIII FIG Congress*, Munich, Germany, Oct. 8-13, 8p.

Soler, T., G. Álvarez-García, A. Hernández-Navarro y R. Foote (1996). GPS high accuracy networks in Mexico, *J. Surv. Eng*, 122(2), 80-94.

Soler, T. (1998). A compendium of transformation formulas useful in GPS work, *Journal of Geodesy*, 72 (7-8), 482-490.

Soler, T. (1999). Transformaciones rigurosas entre systemas coordenados de referencia: Aplicación al GPS (ITRF, WGS84) y GLONASS (PZ-90), *Geoconvergencia*, 2(1), 30-38.

Soler, T., N.S. Doyle & L.W. Hall (2000). Rigorous transformation of GPS-determined vector components, *Proc. ION GPS-99*, Nashville, TN, September 14-17, 27-32.